Интерференция света

Общий закон интерференции

Под интерференцией мы будем понимать формирование в пространстве регулярной картины переменной яркости, возникающей при сложении двух или нескольких волн вследствие перераспределения в пространстве их энергии.

Известно, что напряженность электрического поля плоской линейно поляризованной монохроматической электромагнитной волны, описывается выражением:

$$E = A\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}). \tag{1}$$

Здесь ω-частота излучения, $\vec{r}$-радиус вектор точки наблюдения, A - амплитуда волны и $\vec{k}$ - волновой вектора. Для последующего изложения удобно представить выражение для поля волны в комплексной форме

$$E = A\,exp\big(-i(\omega t - kr)\big), \tag{2}$$

которую преобразуем к виду

$$E = \widetilde{A}\,exp\big(-i\omega t\big), \tag{3}$$

где $\widetilde{A} = A\,exp\big(ikr\big)$ называется комплексной амплитудой.

Напряженность поля реальных источников всегда можно представить как суперпозицию полей, создаваемых элементарными источниками. Реальный источник в этом случае может быть представлен как ансамбль элементарных осцилляторов, каждый из которых излучает монохроматическую волну, при этом могут отличаться как частоты и амплитуды данных осцилляторов, так и их пространственное распределение.

Так как частоты оптического диапазона составляют 10^{14} – 10^{15} Гц, а временное разрешение детекторов излучения на несколько порядков больше, в оптике используются усредненные по времени значения энергетических величин. Среднее значение плотности потока энергии электромагнитной волны называется интенсивностью. Для комплексной формы представления электромагнитной волны (2) интенсивность I находится по формуле

$$I = \frac{C}{4\pi}\mathrm{Re}\langle E \cdot E^* \rangle, \tag{4}$$

где E^*- величина комплексно сопряженная напряженности электрического поля E, а символ $\langle\ \rangle$ означает усреднение по времени.

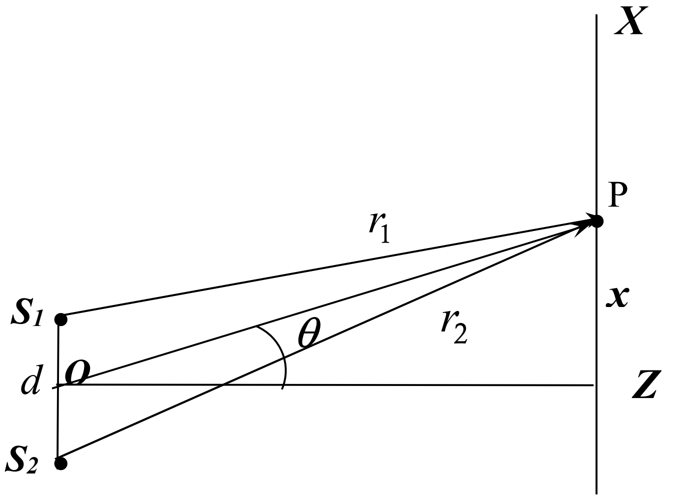

Рис.2.1. Построение интерференционной картины от двух точечных источников

Рассмотрим задачу о сложении колебаний испускаемых двумя источниками S_1 и S_2. В соответствии с принципом суперпозиции суммарное поле в точке P:

$$E = E_1(t) + E_2(t+\tau), \tag{5}$$

где $\tau = \frac{r_2}{V_2} - \frac{r_1}{V_1}$ время задержки волн, распространяющейся по путям r_2 и r_1 относительно друг друга, V_1 и V_2-соответствующие скорости распространения. Если волны идут в средах с соответствующими показателями преломления n_1 и n_2, время задержки определяется следующим выражением

$$\tau = \frac{r_2 n_2 - r_1 n_1}{C}, \tag{6}$$

где C- скорость света в вакууме

Величина

$$\Delta = r_2 n_2 - r_1 n_1 \tag{7}$$

называется оптической разностью хода. Соответствующая ей разность фаз волн δ, имеющих циклическую частоту ω, описывается формулой:

$$\delta = \frac{\omega}{c}(r_2 n_2 - r_1 n_1). \quad (8)$$

Подставим в выражение (5) в формулу (4), найдем интенсивность

$$I = I_1 + I_2 + 2\frac{C}{4\pi}\mathrm{Re}\langle E_1(t)\cdot E_2^*(t+\tau)\rangle, \quad (9)$$

здесь I_1 и I_2- интенсивности света, создаваемые каждым из соответствующих источников в отсутствии другого.

Очевидно что вид интерференционной картины будет определяться выражением

$$\Gamma(\tau) = \frac{C}{4\pi}\mathrm{Re}\langle E_1(t)\cdot E_2^*(t+\tau)\rangle, \quad (10)$$

которое называется функцией корреляции. В случае, если источники S_1 и S_2 образованы из одного источника, как это происходит в классических интерференционных схемах, данная функция будет называться функцией автокорреляции. Введем нормированную функцию

$$\gamma(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\sqrt{I_1\cdot I_2}}, \quad (11)$$

которая называется комплексной степенью когерентности. В большинстве задач комплексная степень когерентности может быть представлена в виде

$$\gamma(\tau) = |\gamma(\tau)|\exp(-i\omega\tau) \quad (12)$$

С учетом выражений (10,11 и 12) перепишем формулу (9)

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1\cdot I_2}|\gamma(\tau)|\cos(\omega\tau), \quad (13)$$

или, учтя (6) и (8)

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1\cdot I_2}|\gamma(\tau)|\cos(\delta). \quad (13а)$$

Выражения (13) и (13а) называются общим законом интерференции. Рассмотрим физический смысл введенных нами параметров. Максимальная интенсивность будет наблюдаться в точках, для которых $\cos\delta = 1$, минимальная – при $\cos\delta = -1$. Отсюда получаем условия максимума для разностей фаз и разностей хода:

$\delta = 2\pi m$, или $\Delta = \lambda m$, (14)

(где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ …порядок интерференции), при этом

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1\cdot I_2}|\gamma(\tau)|. \quad (15)$$

Условия минимума имеют вид:

$$\delta = (2m+1)\pi \quad \text{или} \quad \Delta r = (2m+1)\lambda / 2, \tag{16}$$

при этом

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}\left|\gamma(\tau)\right|. \tag{17}$$

Характеристика качества картины светового поля называется видностью (контрастом) и определяется формулой

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \tag{18}$$

с учетом выражений (16) и (17) получим:

$$V = \left|\gamma(\tau)\right| \frac{\sqrt{I_1 \cdot I_2}}{I_1 + I_2}, \tag{19}$$

Видим, что модуль комплексной степени когерентности определяет контраст интерференционной картины. В случае $\left|\gamma(\tau)\right| = 0$, интенсивность картины

$$I = I_1 + I_2, \tag{20}$$

и источники, образующие ее являются некогерентными.

При $\left|\gamma(\tau)\right| = 1$ мы имеем дело с полностью когерентными источниками.

Тогда выражение (10а) примет вид:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}\cos(\delta). \tag{21}$$

Закон интерференции на спектральном языке.

Выражение (9) дает нам закон интерференции на временном языке, в данном случае нам известно временное поведение напряженности электрического поля. Однако в большинстве задач оптики, в силу высоких частот оптического диапазона, мы имеем дело со спектральными характеристиками источников излучения, а не с их временными параметрами. Рассмотрим более подробно связь между временными и спектральными характеристиками излучения.

Предположим, что источник излучения не является монохроматическим, напряженность электрического поля такого источника

$E(\omega)$ является функцией частоты ω. Выберем бесконечно узкий спектральный интервал $d\omega$ в пределах которого можем считать волну монохроматической, тогда поле такого элементарного источника может быть записано следующим образом:

$$dE(t) = E(\omega)[\exp(-i\omega t)]\, d\omega. \tag{22}$$

Результирующее поле такого источника

$$E(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} E(\omega)[\exp(-i\omega t)]\, d\omega, \tag{23}$$

здесь $1/2\pi$ -нормировочный множитель.

Выражение (23) показывает, что функция $E(t)$, описывающая временной характер поля источника и функция $E(\omega)$, описывающая его спектральный состав, связаны Фурье преобразованием. Из выражения (23) с помощью обратного Фурье преобразования можно найти спектральную амплитуду

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t)[\exp(i\omega t)]\, dt. \tag{24}$$

Найдем интенсивность источника сложного спектрального состава,

Для этого запишем выражение (4) для нахождения интенсивности в явном виде:

$$I = \frac{C}{4\pi T}\operatorname{Re}\int_{-T/2}^{T/2} E(t)\cdot E^*(t)\, dt, \tag{25}$$

где T- время наблюдения.

Подставив в выражение (25) $E(t)$ в виде (23), поменяв порядок интегрирования, можно получить для интенсивности следующее выражение

$$I = \frac{1}{2\pi}\operatorname{Re}\int_{0}^{\infty}\frac{CE(\omega)\cdot E^*(\omega)}{8\pi T}\, d\omega. \tag{26}$$

Очевидно, что функция

$$S(\omega) = \operatorname{Re}\frac{CE(\omega)\cdot E^*(\omega)}{8\pi T} \tag{27}$$

является спектральной плотностью интенсивности, и интенсивность источника может быть записана в виде

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty S(\omega)\, d\omega . \tag{28}$$

Используя соотношения (23), (24), (25) и (9), можно получить закон интерференции на спектральном языке для двух волн одинаковой интенсивности I_0, отстающих друг от друга на время τ, полагая, что их интенсивности описываются выражением (28)

$$I = 2I_0\left(1 + \frac{\mathrm{Re}\int_0^\infty S(\omega)\,[\exp(i\omega\tau)]\, d\omega}{\int_0^\infty S(\omega)\, d\omega}\right). \tag{29}$$

Мы получили закон интерференции на спектральном языке, который позволяет рассчитать интенсивность интерференционной картины, в случаях использования источника сложного спектрального состава.

На основе данного выражения можно рассчитать ряд классических интерференционных схем, в которых когерентные источники были получены из одного источника с помощью различных оптических систем.
Можно выделить два основных способа получения когерентных волн.

1. **Метод деления волнового фронта**.
   В этом случае интерферируют волны, идущие от различных участков волнового фронта. На этом методе построены классические интерференционные схемы: зеркало Ллойда, бипризма Френеля, билинзы, бизеркала, опыт Юнга и т.д.
   Базовой задачей для расчета картины интерференции в этом случае является задача интерференции двух волн от точечных монохроматических источников, полученных методом деления волнового фронта.
2. **Метод деления амплиту**ды.
   Данный метод используется для наблюдения интерференционной картины в тонких пленках, интерферометре Майкельсона, интерферометре Фабри-Перо.

Большая часть задач может быть решена на основе расчета интерференционной картины, наблюдаемой при отражении света от тонких пленок.

Рассмотрим расчет базовых интерференционных схем.

Интерференция от двух точечных монохроматических источников

Рассмотрим подробнее интерференционную картину на рис.2.1. В реальных схемах выполняется условие

$r_1 \ll z$, $r_1 + r_2 \approx 2z$.

Разность хода с учетом равенств

$$r_2{}^2 = z^2 + (x + d/2)^2,$$

$$r_1{}^2 = z^2 + (x - d/2)^2,$$

найдем как

$$\Delta r = \frac{r_2{}^2 - r_1{}^2}{r_1 + r_2} \approx \frac{r_2{}^2 - r_1{}^2}{2z} \approx \frac{xd}{z}$$

Положения максимумов интерференционной картины на оси X согласно формуле (2.4) описываются формулой:

$$x_m^{(max)} = m\frac{\lambda z}{d}, \tag{2.7}$$

положения минимумов, согласно (2.5) – формулой:

$$x_m^{(min)} = (2m+1)\frac{\lambda z}{2d}. \tag{2.8}$$

Следует отметить, что в данном приближении, полосы с одинаковой интенсивностью будут находиться на равном расстоянии друг от друга, это расстояние называется шириной интерференционной полосы.

$$\Delta x = \frac{\lambda z}{d}. \tag{2.9}$$

На рис.2.2 изображено распределение по оси X интенсивности

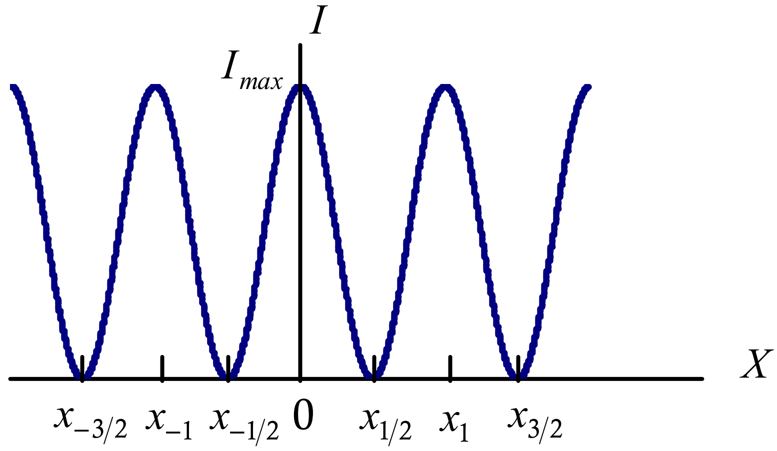

Рис.2.2. Распределение интенсивности на картине интерференции двух точечных монохроматических источников света

светового поля интерференционной картины, описываемое формулой (2.3).

В реальных интерференционных схемах источники S_1 и S_2 получаются из одного источника с помощью различных оптических систем. К таким системам относятся бипризма, билинза, зеркало Ллойда, бизеркала Френеля и т.д.

Интерференция в тонких пленках

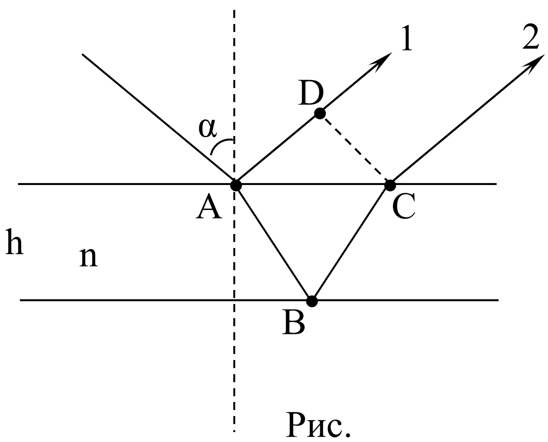

Рис.

Рассмотрим интерференцию волн, наблюдаемую при отражении света от тонких пленок (рис. 12).

В этом случае интерферировать будут волны 1 и 2, отразившиеся от верхней и нижней поверхностей пленки. При этом разность хода

$$\Delta = 2AB \cdot n - (AD + \lambda / 2),$$

учтено, что при отражении от оптически более плотной среды, добавляется $\lambda / 2$ к соответствующему оптическому пути.

Нетрудно показать, что

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \lambda / 2.$$

Условие максимума интерференции в этом случае:

$$2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = (2k+1)\lambda/2; \quad k = 0,1,2,3\ldots \qquad (39)$$

условие минимума

$$2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = m\lambda; \quad m = 0,1,2,3\ldots \qquad (40)$$

Тонкая пленка окрашивается в те цвета, длина волны которых удовлетворяет условию максимума.

Оптическая разность хода Δ зависит от двух параметров – толщины пленки h и угла падения света α.

Можно выделить два типа интерференционных схем.

В случае, если толщина пленки неизменна, одинаковая разность хода будет соответствовать равным углам наклона α. Такие интерференционные полосы называются полосами равного наклона. Так при падении света от точечного монохроматического источника на тонкую пленку в отраженном свете будут наблюдаться кольца, соответствующие равным углам падения.

Если параллельный пучок света падает на пластинку с разной толщиной, одинаковая разность хода соответствует областям с одинаковой толщиной. Такие интерференционные картины называются полосами равной толщины.

Примером могут служить интерференционные полосы, наблюдаемые на клине, или кольца Ньютона, наблюдаемые при интерференции в воздушном клине, образуемом между стеклянной линзой и стеклянной подложкой.